

工科专业“线性代数”课程的教学改革探讨

吴笑千, 高剑明

(东华大学 理学院, 上海 201620)

摘要: 为了克服“线性代数”课程内容抽象、课时少、有难度、少应用的现状, 并适应当前的教学大纲, 东华大学选用 David C. Lay 教授编写的《线性代数及其应用》教材, 对工科专业的线性代数进行分层次(理论和应用) 教学改革。文章列举该教材的主要优点, 为适应当前的教学大纲对教材内容进行取舍; 利用数学软件和信息化手段进行教学, 增加学生对线性代数的理解和兴趣; 指明今后线性代数教学改革的重点。

关键词: 工科专业; 线性代数; 分层次教学; 教学改革

中图分类号: G642.0 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-3860(2015)04-0327-04

DOI:10.13915/j.cnki.fzfyjy.2015.04.022

在工科专业“线性代数”课程教学中, 经常有学生反映该课程内容比较抽象、概念难以理解、计算繁琐、内容枯燥等。为了克服目前“线性代数”课程教学存在的内容抽象、课时少、有难度、少应用这一现状, 同时让有意从事科研工作的工科学子打好理论基础, 我校(东华大学) 开展了关于工科专业“线性代数”分层次教学的改革。

一、分层次教学

我们将“线性代数”课程按理论和应用培养方向分为 A、B 两个层次。

A 班教材仍选用由同济大学主编的《线性代数》(第 5 版)^[1], 教学上侧重于培养学生运用抽象思维和逻辑推理的能力, 融入一些考研的典型题目, 注重一题多解, 以开阔学生的解题思路, 使所学知识融会贯通, 并能灵活地解决问题, 达到拓展知识视野、启迪创新思维的目的。同时提高学生探索和理解数学概念、过程和关系本质的能力, 着力于严格的数学推理和证明, 养成思维的严密性, 使学生在考研时, 其数学能力和水平有明显提高。

B 班教材选用由 David C. Lay 编著的《线性代数及其应用》^[2](原书第 3 版), 教学上侧重于培养学生应用“线性代数”知识解决实际问题的能力, 减少繁复的计算和理论推导, 更多地通过应用实例进行讲授, 使学生掌握“线性代数”的基本知识, 理清思路, 激发学生求知探索的欲望, 提高其实际应用能力和科技创新能力。

二、教材选用

1. David C. Lay 教材的编写

1990 年, 为了解决“线性代数”课程抽象、枯燥、应用少等问题, 美国的数学教育家提出了五条改革建议^[3]: (1) “线性代数”课程要面向应用, 满足广大非数学学科的需要; (2) 它应该是面向矩阵的; (3) 它应该是把学生作为初学者, 根据学生的水平和需要来组织; (4) 它应该利用最新的计算技术; (5) 对数学专业要另设课程提高其抽象性。

David C. Lay 是美国马里兰大学教授, 是美国国家科学基金会资助的“‘线性代数’课程研究组”创始人之一, 也是美国“线性代数”课程

基金项目: 东华大学理学院教学改革项目

作者简介: 吴笑千(1976—) 男, 湖北武汉人, 讲师, 博士, 研究方向为数值线性代数、随机微分方程数值解法。E-mail: xqwu@dhu.edu.cn

改革的领导者之一,曾经获得美国数学协会授予的杰出数学教学奖。根据上述 5 条改革建议,David C. Lay 编写了 Linear Algebra and Its Applications(中文版《线性代数及其应用》)这一教材。这是一本优秀的现代教材,它提供了最新的“线性代数”的基本概念和许多有趣的应用例子,目的是帮助学生掌握“线性代数”的基本概念及应用技巧,为后续课程的学习和工作实践奠定基础。此外,这本教材还包含大量的例题和习题,以便于读者学习参考。总的来说,这本教材的内容深入浅出,且论述清晰。

2. David C. Lay 教材的优点

David C. Lay 教授编写的《线性代数及其应用》教材具有以下优点:

(1) 强化了线性方程组求解的思想。把“线性代数”中最重要的问题——求解线性方程组放到最前面来介绍,突出它的重要性。这是因为在后面将要讲授的向量线性无关性、向量空间、逆矩阵、特征向量、二次型等内容大量用到了线性方程组的求解思想和计算。并把“行初等变换化矩阵为行阶梯形的计算”贯穿始终。

(2) 强化了矩阵分块的思想。在教材第一章中,就直接把矩阵方程定义成列向量的线性组合。矩阵的乘法定义不是由分量形式给出,而是由乘积的最后一矩阵的列向量(分块形式)线性组合给出,从而使矩阵乘法的分量形式可以由列向量形式计算得到。这样可以使得矩阵方程、矩阵的乘法定义等简洁明了,容易记忆,减少了学生计算出错的可能性。

(3) 弱化行列式的定义和计算。不用排列、逆序数的定义,而是用行列式展开(降阶)来定义。行列式的逆序数定义是不容易理解的,而且在后面的“线性代数”教学内容中根本没有用到。少数工科专业如果需要逆序数定义的话,学生可以自主学习。并且随着科技的发展、计算机能力的提高,线性代数求解问题的主流——求解线性方程组、最小二乘问题、特征值问题已经与行列式的计算没有很多联系。而行列式的数值计算已经归结为 LU 分解(行初等变换),不再是用富有技巧的性质去求解行列式;特征值的数值计算是由 Krylov 子空间迭代法得到,不再是求解含参数的行列式(特征多

项式)的根;甚至多项式根的数值计算也是由 Krylov 子空间等迭代法求解。

(4) 不要求“沙路法”计算三阶行列式,只是通过习题给出这一方法。可以减少学生的记忆量,降低解题技巧。

(5) 弱化秩的定义。不用最高阶主子式的抽象定义,而用行阶梯形非零行行数来定义。之所以这样处理,同样是因为行列式的应用比较少,最高阶主子式这一定义在后面的教学中没有涉及。

(6) 在“对角化方阵”方面,习题中如果要求三阶或以上方阵的特征向量,是直接把特征值的具体数值作为已知条件,不要求通过行列式求三阶及以上的复杂方阵求出特征多项式,进而求解特征值,降低了解题技巧和难度。

(7) 用直观的几何解释抽象的代数。行列式、矩阵、特征向量分别由面积或体积、线性变换、经过线性变换仍然不变的向量这样的几何概念来解释,可以让学生直观感受到线性代数的一些概念、性质,增加对线性代数的学习兴趣,降低学习和记忆的难度。

(8) 在教材的每一章开始部分都有一个介绍本章的应用例子,而且每章都有至少一节是讲应用问题。这些丰富的应用问题可以使对于线性代数产生浓厚的兴趣,增加对于相关概念和性质的理解。

3. 教学内容的取舍

本文主要介绍我校“线性代数”B 班课程的改革情况。由于美国教材与我校的教学大纲不一致,而且我校“线性代数”课时少,共 32 学时,想要采用 David C. Lay 的教材,势必要做相应的改变。

我们做的主要工作是:缩减 David C. Lay 教材的内容,降低授课的难度,减少艰深的理论推导和繁冗的手算,增加几何直观和各种应用,利用数学软件和信息化手段,增加学生对“线性代数”课的理解和学习兴趣。

由于我校的“线性代数”课时少,而这本教材的内容极为丰富,因此只能选用教材中的部分内容进行讲解。在每一章中,我们都选讲至少一个典型且应用广泛的数学模型,例如化学方程式的配平、几何图形的线性变换(反射、旋转、放缩、剪切)、行列式的几何意义和性质、离

散动力系统、最小二乘问题、二次型主轴的几何意义等。为了与我国现行的“线性代数”课程教学大纲一致,删除了经济学中的投入产出模型、向量空间、迭代法估计特征值、内积空间、条件优化、奇异值分解等内容。删除的部分可以由学生自行阅读,有一些应用会在“高等数学实验”课上讲解,数值计算部分可以让学生在课后阅读。这样在有限的教学时间内,保持了“线性代数”课程教学体系的完整性和内容的丰富性。

三、运用数学软件进行教学

关于应用数学软件和数学实验进行“线性代数”课程的教学,特别是采用 MATLAB 软件进行“线性代数”教学、编写相关的教材以及教师培训方面,西安电子科技大学的陈怀琛教授做出了很大贡献^[4-6]。数学软件是一把双刃剑。用数学软件学习“线性代数”,可以让学生通过直观、动态的几何图形例子来加深对概念的认识、性质的理解,能够克服手算计算量大的困难,直接求解大型的应用数学模型。但如果提前让学生用数学软件来求解线性代数问题,有可能会削弱他们对于线性代数概念、计算方法的掌握。

为了避免学生在掌握线性代数运算之前用软件解题,我们的做法是,在“线性代数”课上先不教学生使用软件,而由教师用软件演示实验;课下或学期末可以给学生布置简单的应用题目、案例,做数值实验,并演示讲解如下例子:

(1) 将化学方程式配平转化成线性方程组求解,来了解线性方程组的应用。

(2) 高阶线性方程组分别用 Cramer 法则和行初等变换计算,查看运行时间,分析它们的计算量,显示行初等变换的优越性。并提醒学生不仅要能解出题目,而且要用尽量快的方法求解。

(3) 初等矩阵和初等变换的关系。通过分别左乘和右乘初等矩阵,让学生观察到这样的乘法与相应初等变换的关系。

(4) 通过几何图形的线性变换(反射、旋转、放缩、剪切),了解特殊矩阵的乘积与线性变换的关系。

(5) 通过不同的线性变换作用于向量,观

察变化前后的向量位置和缩短或伸长,来了解特征值、特征向量的几何意义。

课后组织提高班、讨论班,或在高等数学实验课让学生动手做实验,用数学软件来解决比较复杂或计算量很大的应用题目、数学建模案例,并把线性代数知识推广到其他科目。例如:

(1) 通过多项式插值导出的病态线性方程组的计算,改变基向量或基函数,从而获得良态的线性方程组,由此了解数值分析的稳定性概念。

(2) 通过已知的大量数据建立不同变量之间的函数关系,可以归结为超定线性方程组的计算,从而了解数值分析的最小二乘法。

(3) 通过状态转移矩阵的计算,来理解特征向量的意义,由此了解随机过程中的 Markov 链的性质。

(4) 通过学习由线性方程组计算三次样条插值,了解计算机图形学的光滑曲线的构造。

(5) 通过演示差分法或有限元法求解微分方程,学习线性方程组的应用,从而了解数值分析中的微分方程数值解法。

(6) 让学生自己建立关于营养均衡食谱满足的条件,并通过数学软件计算结果,可以归结为求解线性方程组或矩阵不等式(线性规划)问题。

我们还制作了“线性代数”课程网站、电子教案、教材中大部分习题的解答、我校网上论坛(易班),并安排了习题课。另外,每学期在我校的两个校区合计安排 3~8 次专题讲座,每次 2 小时,由线性代数方面富有教学经验的教师做理论和应用两个方向的讲座。

四、今后的改革

今后“线性代数”课程教学的改革方向是:

(1) 增加平时成绩的比重。把由原来的期末考试成绩和平时作业成绩决定的课程成绩,改为单独或多人合作做简单的线性代数应用项目,由撰写的项目报告、期末考试和平时作业成绩共同决定课程成绩。通过多元化方法来确定学生的课程成绩,可以增强学生对“线性代数”课的兴趣,避免因考试临场发挥不好等因素而影响课程成绩。

(2) 可以在校园或网络论坛上张贴关于

介绍线性代数知识和学习方法的海报、做线性代数问题的有奖征答。上课时,介绍线性代数的历史、数学家简介和概念的来源。从教材中选择部分应用例子,让学生课后自行阅读,写读书报告、心得体会,培养他们的自学能力。

(3) 组织线性代数学习小组和学科交叉项目。一方面让学生组织学习小组,一起讨论线性代数方面的概念、性质和学习中容易出错的问题;另一方面让他们一起研究与线性代数、微积分、微分方程、工程技术等相关的简单学科交叉项目,锻炼学生的独立思考、自我学习、团队合作等能力。

(4) 尽量均衡试卷中要考的知识点,降低试卷中的计算量和难度,适当增加线性代数应用或建模问题。让工科学生把线性代数学习的重心从单纯的理论推导和手算,转移到为了求解应用问题,以及运用线性代数相关知识来推导对应的性质、计算对应的结果,并对结果进行

定性或定量的分析上来。

参考文献:

- [1] 同济大学数学系. 线性代数[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [2] LAY D C. 线性代数及其应用[M]. 3 版. 刘深泉, 洪毅, 马东魁等译. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [3] CARLSON D, JOHNSON C R, LAY D C, et al. The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra[J]. The College Mathematics Journal, 1993, 24(1): 41-46.
- [4] 陈怀琛, 高淑萍, 杨威. 工程线性代数: MATLAB 版[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [5] 陈怀琛, 高淑萍, 杨威. 科学计算能力培养与线性代数改革[J]. 高等数学研究, 2009, 19(3): 23-25.
- [6] 陈怀琛. 线性代数要与科学计算结成好伙伴[J]. 大学数学, 2010, 26(S1): 28-34.

(上接第 323 页)

课内: 以企业小提花面料为真实工作任务, 子任务一采用“教师辅助引导, 学生仿样设计”的教学方式, 以“做中教”突出教学重点; 子任务二采用“学生自主设计, 教师点评总结”的教学方式, 以“做中学”突破教学难点。在仿样设计过程中, 利用织物 CAD 软件模拟不同配色的布面实际效果, 完成仿样; 应用打样模拟软件模拟织物生产过程, 并提出添加组织点重要性。在自主设计过程中, 借助课程网络平台对所提供的多个图案进行选择并进行单个图案自主设计, 利用打样模拟软件判断组织点的添加位置和添加技巧; 应用凌波多媒体平台进行同题互评, 提高学生的积极性, 让学生“动”起来; 利用多媒体进行作品展示, 让学生“活”起来。利用课程网络平台的在线测试系统, 及时对本次课所学知识进行即时测试和评价, 提高学习效率与效果。

课后: 学生登录课程网络平台, 查阅企业案例和相关数字媒体资源, 对任意小提花织物图案进行设计, 并将设计作品提交给企业设计师, 以形成教师评价和企业评价相结合的多元评价体系。学生还对本次课模拟设计的小提花织物进行实物打样准备。

三、结语

“织物结构与设计”课程应用信息化教学设计使得织物分析、织物设计、织物打样更加直观、更省时, 很好地解决了教学重点与难点的学习问题, 实现了以学生为中心的教学要求, 尊重学生的个性化学习, 提高了教学效果。

参考文献:

- [1] 祝智庭. 现代教育技术: 走向信息化教育[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.